20 Settembre 2021

ANALISI MATEMATICA

I MODULO

DOCENTE:

Marco Mughetti

email:

marco.mughetti@unibo.it

(scrivere usando esclusivamente le proprie credenziali di ateneo)

INTRODUZIONE AL CORSO:

1 Modalità online / presenza

- prenotarsi su

  presente.unibo.it

  per frequentare in presenza

- iscriversi sul sito del corso

  virtuale.unibo.it

  in questo modo sarà possibile:

  - scaricare materiale
  - ricevere comunicazioni avvisi in tempo reale

② Ricevimento online
(in presenza se giustificata da validi motivi)

Sarà sufficiente prenotarsi inviandomi una email a:
marco.mughetti@unibo.it

<u>IMPORTANTE</u>:
Scrivere usando esclusivamente il vostro indirizzo istituzionale
...@studio.unibo.it

Il corso è ANNUALE diviso in due parti:

I → SETT. - DICEM.

II → FEBB. - MAGGIO

(3) Sintesi programma (SETT. – DICEMB.)

- Insiemi numerici ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$) e loro principali proprietà:
  assioma di continuità in $\mathbb{R}$
  radice aritmetica (algebrica) in $\mathbb{R}$
- Funzioni elementari:
  esponenziale e logaritmo
  funzioni trigonometriche (dirette e inverse)
- Successioni numeriche: limite di una successione, successioni monotone, il numero e di Neper
- Nozione di limite per una funzione (15 casi)

- Funzioni continue e loro proprietà (T. di Weierstrass, T. degli zeri)

- Funzioni derivabili e loro proprietà (T. di Fermat, T. di Rolle, Lagrange e Cauchy), derivate di ordine superiore, monotonia di una funzione

- grafico di una funzione (disegno "qualitativo")

- Formula di Taylor di una funzione "regolare"

- Calcolo dei limiti usando lo sviluppo di Taylor.

④ Libri

- ogni libro di Analisi Mat. 1
- Bertsch – Dal Passo – Giacomelli
  "Analisi Matematica"
  McGraw-Hill
- (Bramanti – Pagani – Salsa
  "Matematica"
  Zanichelli)
- Eserciziari:
  - qualunque di Analisi M. 1
  - "Esercitazioni di Analisi Matematica" 1° volume (2 parti)
    Marcellini – Sbordone / LIGUORI
  - "Esercizi di Analisi M. 1"
    Salsa – Squellati – ZANICHELLI

(5) Prerequisiti per il corso:

- algebra elementare (operazioni fra polinomi, frazioni algebriche)
- equazioni algebriche: I e II grado, grado ≥ 2 riducibili
- disequazioni di I e II grado, riducibili
- disequazioni frazionarie:

$$\frac{p(x)}{q(x)} \geq 0 \;, \quad \leq 0$$

- equazioni goniometriche elementari: $\sin x = k$, $\cos x = k$, $\tan x = k$,

$$\sin^2 x + b \sin x + c = 0$$

- - - - -

- disequazioni goniometriche elementari:

$$\sin x \lesseqgtr K \quad , \quad \cos x \lesseqgtr K$$

$$\tan x \gtreqless K$$

- equazioni e disequazioni logaritmiche ed esponenziali;

- elementi di geometria analitica: distanza di due punti, eq. di una retta, rette parallele e perpendicolari, eq. di una conica (parabola, circonferenza, ellisse, iperbole)

- Libri per il ripasso dei suddetti argomenti (in assenza dei libri della scuola superiore del I - II - III anno)

1. "Matematica di base"
   G. Tomei
   APOGEO

2. "Precorso di Matematica"
   G. Anichini / A. Carbone / P. Chiarelli / G. Conti
   PEARSON

- Attività di tutorato (da definire): ripasso ed esercizi (1 volta a settimana)

⑥ ESAME:

1 prova **scritta** (esercizi + alcune domande di teoria)

1 prova **orale** (sulla teoria) } **solo** per coloro che hanno superato la prova scritta

1 APPELLO

A.A. 2021 – 2022

3 SESSIONI

SESSIONE ESTIVA
(Giugno – Luglio 2022)

3 appelli

SESSIONE AUTUNNALE
(Settembre 2022)

1 appello

SESSIONE INVERNALE
(Gennaio – Febb. 2023)

2 appelli

- Una prova scritta sufficiente (voto ≥ 18) "vale" <u>solo</u> all'interno della stessa SESSIONE in cui è stata sostenuta.

- Se si viene bocciati alla prova orale, è necessario ripetere anche la prova scritta.

IMPORTANTE:

Colore che <u>si sono immatricolati in quest'anno accademico</u> (2021-2022) **<u>NON</u>** hanno appelli utili di ANALISI MATEMATICA durante i mesi <u>GENN. - FEBB. 2022</u>

1) INSIEMI NUMERICI:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Insieme dei numeri naturali

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Insieme dei numeri interi

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \;\middle|\; p \in \mathbb{N},\ q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \right\}$$

Insieme dei numeri razionali

$\mathbb{R}$ = Insieme dei numeri reali

(da precisare in seguito)

2) Notazioni:

$\in$ = appartiene / $\notin$ = non appart.

Es.:

$1 \in \mathbb{N}$, $\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$

$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$, $\frac{5}{4} \notin \mathbb{Z}$

$\forall$ = "per ogni"

":" , "|" = "tale che"

$\exists$ = "Esiste (almeno)"

$\nexists$ = "Non esiste"

$\exists!$ = "Esiste un <u>unico</u>"

<u>Esempi</u>:

$A = \{1, 3, 7, 4\}$ $B = \{2, 6, 8\}$

$\exists$ un numero pari $\in A$

$\exists$ un numero dispari $\in A$

$\exists!$ un numero pari $\in A$

$\nexists$ un numero dispari $\in B$

$A = \{1, 3, 7, 4\}$ $\quad$ $B = \{2, 6, 8\}$

Stabilire i valori di verità delle seguenti proposizioni:

$1 \in A$ ....V..

$2 \in A$ ....F..

$2 \in B$ ....V..

$\exists$ un numero pari $\in A$ ....V..

$\exists$ un numero dispari $\in B$ ....F..

$\exists!$ un numero pari $\in B$ ....F..

$\forall x \in B$ allora x è pari ....V..

$\forall x \in A$ allora x è dispari ....F..

$\wedge$ = "et", "e"

$\vee$ = "vel", "o", "oppure

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

Esempio:

$A = \{1, 2\}$ $B = \{3, 5, 6\}$

$1 \in A \vee 1 \in B$ ... V

$1 \in A \wedge 1 \in B$ ... F

$3 \notin A \wedge 3 \in B$ ... V

$A = \{1, 2\}$ $\quad$ $B = \{3, 5, 6\}$

$2 \notin B \vee 1 \notin A$ $\quad$ V

$2 \in A \vee 3 \in B$ $\quad$ V

$0 \in A \wedge 6 \in B$ $\quad$ F

$\subseteq$ = "Inclusione fra insiemi"

$A \subseteq B$ significa che

Se $a \in A$ allora $a \in B$

$A \not\subseteq B$: A non è incluso in B

(cioè: $\exists\, a \in A : a \notin B$)

"Tale che"

Esempio:

$A = \{0, -1, 2\}$ $B = \{2, 0, -1, 3\}$

$C = \{0, -1, 3, 5\}$

allora: $A \subseteq B$

$A \not\subseteq C$ $(2 \in A \wedge 2 \notin C)$

Osservazione:

se $C \subseteq D$ e $D \subseteq C$ allora $C = D$

$\cap$ = "Intersezione"

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \wedge x \in B \}$$

$\cup$ = "Unione"

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \vee x \in B \}$$

$\emptyset$ = Insieme vuoto

$$A \setminus B = \{ x \mid x \in A \wedge x \notin B \}$$

"si legge A meno B"

Esempi:

$$A = \{0, \tfrac{1}{2}, -2, 3\}$$

$$B = \{-1, 0, \tfrac{1}{2}, 5\} \qquad C = \{3\}$$

Allora:

$$A \cup B = \{-1, 0, \tfrac{1}{2}, -2, 3, 5\} = B \cup A$$

$$A \cap B = \{0, \tfrac{1}{2}\} = B \cap A$$

$$\left.\begin{aligned} A \setminus B &= \{-2, 3\} \\ B \setminus A &= \{-1, 5\} \end{aligned}\right\}$$

Nota:

$$A \setminus B \neq B \setminus A$$

$$A \cap C = \{3\} = C$$

$$B \cap C = \emptyset$$

$\mathcal{U}$ = Insieme universo , $A \subseteq \mathcal{U}$

$\mathcal{C}(A) = \mathcal{U} \setminus A$ Complementare di A (in $\mathcal{U}$)

Esempio :

1. $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

   $A = \{4, 6\}$

   $\mathcal{C}(A) = \{1, 2, 3, 5\}$

2. $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

   $A = \{0, 1\}$

   $\mathcal{C}(A) = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 1\}$

$\longrightarrow$ = "implica"

$(\Longrightarrow)$

$(\Longrightarrow)$

$p \longrightarrow q$

p	q	$p \longrightarrow q$ $(\Longrightarrow)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$p \longrightarrow q$

Ipotesi (Hp) — Tesi (Th)

p condizione sufficiente per q

q condizione necessaria per p

Esempio:

$p =$ " $x = 2$ "

$q =$ " $x^2 = 4$ "

$p \Longrightarrow q =$ " se $x = 2$ allora $x^2 = 4$ "

" $x = 2$ " è condizione **sufficiente** affinché " $x^2 = 4$ "

" $x^2 = 4$ " è condizione **necessaria** affinché " $x = 2$ "

$p \Longrightarrow q$ = "se $x = 2$ allora $x^2 = 4$"

Tuttavia "$x = 2$" non è condizione necessaria affinché "$x^2 = 4$" (potrebbe essere $x = -2$)

ma "$x^2 = 4$" non è condizione sufficiente a garantire "$x = 2$" (di nuovo, potrebbe essere "$x = -2$")